Для решений Хi сформированы соответствующие критерии шкалы F.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ------ | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 |  |
| X1 | 1 | 2 | 0 | 2 | 2 | 7 |
| X2 | 0 | 1 | 0 | 2 | 1 | 4 |
| X3 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 9 |
| X4 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| X5 | 0 | 1 | 0 | 2 | 1 | 4 |

Выражение для оценки решений по матрице парных сравнений.

После формирования значений fi может быть сформировано упорядочивание решений xi Є X.

**Сравнение решений по свойствам.**

Сравнение решений по свойствам реализуется в том случае, если каждое решение xi Є X характеризуется множеством признаков, каждому из которых соответствует свой критерий. Тогда выполняется сравнение решений по значением нескольких критериев. F - критериальное пространство равно декартовому произведению Fq – q-ой шкалы при q=1..m.

Решение X2 доминируется всеми решениями, которые находятся в неотрицательном квадранте с вершиной в точке X2

Для решений, лежащих на границе Xa, Xb не выполняются рассматриваемые отношения. То есть решения Xi которые не могут быть сравнимы с использованием отношений образуют Паретто границу множества Х. Среди Паретто оптимальных решений могут быть выбраны эффективные.

**Этап выбора вариантов при принятии решений.**

Цель: выбор эффективных решений.

В этом случае должно быть сформулировано решающее правило, обеспечивающее выбор этих решений.

Стратегии выбора ЛПР, каждая из которых обеспечивает решение соответствующей задаче:

1. Выбор одного или нескольких эффективных решений
2. Упорядочивание вариантов (строгий или нестрогий порядок)
3. Группировка решений в классы (классификация или типизация решений)

Выбор одного или нескольких вариантов предполагает анализ одного или нескольких критериев.

В случае единственного критерия решающее правило имеет вид:

При наличии многих различных критериев эффективные решения определяются в соответствии с условием:

Введенное выражение является упрощенным правилом выбора эффективных решений.

Особенности выбора решений при наличии многих критериев:

1. Наличие различных предпочтений ЛПР с точки зрения критериев (по первому Xi>Xj, по второму наоборот)
2. Разнонаправленность критериев (один максимизируется, другой минимизируется)

**Используя матрицу парных сравнений выше реализовать подход, связанный с выбором предпочитаемого варианта.**

**Упорядочивание вариантов**

Упорядочивание предполагает установление строгого или нестрогого порядка между решениями.

Способы определения порядка.

Класс - это совокупность решений, обладающих общими свойствами. Каждый класс соответствует близким значениям отдельного показателя качества (критерия), позволяющих различать класс один от другого. Все решения, входящие в один класс образуют неразличимые (эквивалентные) решения.

2 подхода классификации решений:

1. Соотнесение решений с каждым из классов.
2. Непрямая классификация. Определяется свойство решений, соотносимых с каждым из классов, и идентифицируются наличия этих свойств у рассматриваемых вариантов.

Так как решение входящие в класс являются эквивалентными, то определение эффективных решений возможно только путем упорядочивания классов.

**Принятие решений на основе бинарных отношений.**

**Общие понятия бинарных отношений.**

Отношение – свойство одного решение относительно другого.

Если R – это отношение соответствующее свойству, то оно может быть определено как подмножество множества Х2 тех пар, для которых это свойство выполняется.

**Способы задания отношений.**

1. Задание матрицей. Если мощность Х равно n тогда формируется матрица отношений размером n\*n. Если выполняется отношение для данных решений, то на пересечении xi строки и xj столбца ставится 1. Если aij = 0 то пара (xi, xj) не входят в R.
2. Задание в виде графа. G(X, U). Множество дуг определено на X2.
3. Задание сечением. R+(xj)={xiЄX | xiRxj }, R-(xi)={ xjЄX | xiRxj }. Если R- отношение предпочтения, то R+ это те решения, которые являются предпочтительнее xj, R- это те решения, которые не являются предпочтительнее xi.

**Отношения специального вида**

Отношение называется полным, если оно выполняется для всех пар решений множества Х2.

**Операции над отношениями.**

1. Дополнение отношения R. Отношение не R называется дополнением отношения R.
2. Граф G() содержит дуги не входящие в G(R). И наоборот.

Обратным к отношению R называется отношение R-1:

xi R xj <==> xj R-1 xj

**Определение порядка решений для графовых моделей бинарных отношений**

Бинарные отношения определены на графе.

Дуга на графе показывает выполнение отношения R для 2-х вершин.

Граф G(R) не содержит контуров, направления всех дуг должны совпадать. В результате вершины графа будут распределены по ярусам. В вершины яруса k входят дуги из вершин яруса k-1 если эти вершины принадлежат отношению R.

Из вершин k-ого яруса выходят дуги в вершины k+1 яруса.

Формирование распределения вершин по ярусам позволяет определить порядок этих вершин.

Для определения порядка используются алгоритмы на основе анализа вершин источников и приемников.

Алгоритм источников предполагает выполнение действий:

1. На i-ой итерации реализуется выделение всех источников
2. Решения соответствующие этим условиям выносятся на i-ый ярус.
3. Рассмотренные вершины отбрасываются из рассмотрения.

Алгоритм:

1. I=1;
2. Выбор вершин-источников, если Pi=ᴓ переход к шагу 7
3. Pi -> Li, Сопоставление вершин множества Pi с соответствующим ярусом формируемого порядка
4. I=i+1;
5. Pi= ᴓ, удаление вершин из графа.
6. Переход к шагу 2.
7. Конец.

Синтаксическая реализация указана в МУ.

Результатом выполнения данного алгоритма является множество максимальных элементов.

Алгоритм приемников предполагает выполнение действий:

1. На i-ой итерации реализуется выделение всех приемников
2. Решения соответствующие этим условиям выносятся на i-ый ярус.
3. Рассмотренные вершины отбрасываются из рассмотрения.

Алгоритм:

1. I=1;
2. Выбор вершин-приемников, если Pi= ᴓ переход к шагу 7
3. Pi -> Li, Сопоставление вершин множества Pi с соответствующим ярусом формируемого порядка
4. I=i+1;
5. Pi= ᴓ, удаление вершин из графа.
6. Переход к шагу 2.
7. Конец.

**Введение в аппарат теории полезности.**

Каждой альтернативе решения может быть поставлено численное значение. Эти значения могут быть интерпретированы как функция полезности.

Значения функции полезности формируются на основе бинарных отношений связывающих пары решений.

Если решения xi охарактеризовано единственным критерием, то им в соответствии ставится одномерная функция полезности. Тогда эффективным решением будет то решение, значение функции полезности которого будет максимально. Если решение характеризуется системой признаков, то могут быть сформированы системы предпочтений по каждому из факторов. В результате могут быть сформированы значения одномерных функций полезности по каждому из факторов. В результате может быть получена система предпочтений по всем совокупностям факторов. При использовании многомерной полезности предполагается, что сравнение решений выполняется с использованием аддитивной функции полезности.

Таким образом, использование полезности предполагает отказ от сравнения решений на основе бинарных отношений и переход к сравнению решений с использованием функций полезности. При этом ФП сохраняет порядок решений, определяемый отношениями предпочтения и эквивалентности на цепочке решений.

Для определения ФП должны быть заданы отношения предпочтения и эквивалентности. Если на множестве решений задано отношение эквивалентности по отношение предпочтения не позволит сформировать строгий порядок. В соответствии с определенными свойствами отношений предпочтения и эквивалентности может быть определено соответствие между значениями ФП для разных решений. Значения ФП интерпретируются как значения дискретной функции определенной на счетном множестве значений.

Условие существования дискретной функции полезности

1)Условие соответственных замещений

Аксиомы ТП

Если на Х заданы 2 отношения предпочтения и эквивалентности, тогда для любой пары xi,xj возможно только одно из 3 событий.

* Каждое решение эквивалентно самому себе.
* xi=xj, xj=xk 🡺 xi=xk транзитивность эквивалентности.
* xi>xj, xj>xk 🡺 xi>xk транзитивность предпочтения.

Аксиомы полезности дополняют условие существования ФП на множестве Х. При выполнении приведенных условий и аксиом выполняется U(xi) > U(xj) 🡸🡺 xi>xj.

ФП это способ отображения множества решений Х на множество действительных чисел.

Способы определения значений ФП при одном критерии. Исходными данными являются заданные на множестве Х отношения > и =.

Первый способ

С использованием множеств > и = решений. N – текущее количество уже использованных решений, для которых значения ФП сформированы. Xn+1 текущее рассматриваемое решения для которого определяется значение ФП.

Множество X+n представляет собой решения xi, которые являются не худшими, чем рассматриваемое решение xn+1 (т.е. связаны с решением xn+1 следующим образом: xi>=xn+1). Множество X-n представляет собой решения xi, для которых решение xn+1 является не худшим (предпочтительнее им эквивалентно – в виде xn+1>=xi).

Через xi′ обозначим такой элемент множества X+n, что xl>=xi′ для всех xl∈X+n. Т.е. элемент (решение) xi′ представляет собой “наименьший” элемент множества X+n. Через xi′′ обозначим такой элемент множества X-n, что xi’’>=xl для всех xl∈X-n . Таким образом, элемент (решение) xi′′ – это "наибольший" элемент множества X-n .

Т.е. элемент (решение) xi′– это то решение, у которого U(xi) является минимальным среди всех значений U(xl) (при xl ∈X+n), решение xi′′– это то решение, у которого значение U(xi′) является наибольшим среди значений U(xl) элементов xl множества X-n.

Рассмотренный подход определения ФП учитывает, что на Х заданы > и = на основе которых формируется отношение не хуже.

Способ определения ФП на основе формирования классов эквивалентности.

Реализация рассматриваемого способа предполагает

1. Формирование на основе = классов эквивалентности, содержащих эквивалентные элементы.
2. Упорядочивание классов эквивалентности и формирование значений ФП для каждого класса.
3. Определение значений ФП для решений входящих в классы на основе полезности классов.

На основе = формируем классы, на основе > формируем строгий порядок классов эквивалентности.

В рассматриваемом методе возможен ли частичный порядок класса? (На экзамен). НЕТ!!!

Эквивалентность решений позволяет распределить их на непересекающиеся множества, которые в дальнейшем будут упорядочены.

R(xi)={xj | xj Є X, xj=xi}

В случае эквивалентности элементов множества R(xi) и R(xj). На основе множеств всех эквивалентных элементов формируется 1 класс эквивалентности.

Тогда Kl соответствует множествам эквивалентных решений R(xi) и R(xj), то есть одинаковые множества.

Для связывания пар классов в рассмотрение должно быть введено отношение предпочтения для классов >’.

Способ связывания классов с использованием отношения предпочтения. Класс предпочтительнее другого, если все элементы второго не предпочтительнее всех элементов первого.

В силу реализуемого подхода эквивалентность классов не рассматривается, а отношение предпочтения для классов определяется на основе отношения предпочтения для решений xi Є X.

Если сформированы различные классы, то элементы одного класса строго предпочтительнее другого класса.

1) рассматривается некоторый «текущий» класс эквивалентности  в предположении, что всем «предшествующим» (m-1)-ому классу эквивалентности присвоены значения .

2) для рассматриваемого -го класса эквивалентности возможна одна из трех рассматриваемых ниже ситуаций:

а)  для всех  (понятно, что отношение  вытекает из отношения , где ,), в этом случае ;

б)  для всех  (аналогично отношение  вытекает из отношения , где , ); в этом случае ;

в)  для некоторых  и , и ни для какого  и отличного от  и  не выполняется , тогда значение  принимается равным первому в перечислении  числу  такому, что .

Не существует такого класса Ks который доминировал бы Kl и был бы доминируемым Km.

Для приведенного выражения рассматриваются связанные с помощью бинарного отношения классы.

Итогом реализации алгоритма является U(Km) для всех Km. Тогда могут быть определены U(xi) для всех xi Є X. В итоге эффективные решения идентифицируются следующим образом.

**Понятие многомерной функции полезности, использование многомерной полезности при принятии решений**

Многомерная полезность связана с принятием решений с использованием многих критериев эти решения характеризующих.

Подход к анализу решений будет рассмотрен с использованием 2 критериев. Каждому критерию поставим в соответствии множество решений, которые так же обозначим. Обозначим через  и  множества возможных значений каждого из критериев,  - соответственно значения каждого из критериев для некоторого решения . Множества  и  являются счетными и конечными.

Понятие замещения по полезности предполагает, что уступка по одному из критериев дает приращение по другому. Понятие замещения по полезности (в дальнейшем замещения) связано с предположением о том, что приращение по одному критерию  может быть скомпенсировано путем уступки по другому критерию . Для увеличения оценки полезности по второму критерию на  требуется выполнить уступку по первому критерию -  (т.е. для первого критерия найдется такая уступка - , которая обеспечит увеличение второго критерия на ). Если  и  - некоторые решения, тогда () – значения критериев, соответствующие решению , а () (или же ()) – значения критериев, соответствующие решению .

Таким образом, реализуется переход от одного решения к другому. Если существует возможность уступки по первому критерию (уступки -) для решения  с целью получения нового решения  с увеличением для него на  значения критерия , тогда решение  эквивалентно решению  с точки зрения общей полезности (полезность решения  равна полезности решения , решение  эквивалентно решению , ~).

Множество решений, полезность которых является одинаковой лежат не одной кривой безразличия. Так как множеств решений с одинаковой полезностью может быть несколько, понятно, что каждое множество характеризуется своей полезностью. Поэтому каждое множество может быть определено своей кривой безразличия.

При реализации принятия решений в случае многих критериев (свойств, характеристик, решений) используется многомерная функция полезности, т.е. функция полезности, учитывающая для каждого решения его полезности по каждому критерию. Подход, определяющий использование многомерной полезности, рассмотрим на примере двух критериев (свойств, характеристик решений). Обозначим через  и  множества возможных значений каждого из критериев,  - соответственно значения каждого из критериев для некоторого решения  (т.е. ). Понятно, что множества значений  и  соответствующих критериев являются счетными и конечными. Если через  обозначено некоторое -е решение , тогда это решение характеризуется парой значений (). В соответствии с постановкой задачи необходимо определить то решение , которое будет являться эффективным с точки зрения его общей полезности.

|  |  |
| --- | --- |
| рис(а).pnga) | рис(б).png  б) |

Рисунок 1 – Замещение по полезности и кривые безразличия для двух критериев

а) замещение по полезности; б) кривые безразличия для двух критериев

Предпочтительнее то решение, при переходе к которому приращение превышает уступку.

λΔ=Δk1/Δk2 коэффициент замещения.

Основное понятие многокритериальной теории полезности (теории многомерной полезности) – это понятие замещения по полезности или просто замещения. Понятие замещения по полезности (в дальнейшем замещения) связано с предположением о том, что приращение по одному критерию  может быть скомпенсировано путем уступки по другому критерию . Для увеличения оценки полезности по второму критерию на  требуется выполнить уступку по первому критерию -  (т.е. для первого критерия найдется такая уступка - , которая обеспечит увеличение второго критерия на ). Если  и  - некоторые решения, тогда () – значения критериев, соответствующие решению , а () (или же ()) – значения критериев, соответствующие решению .

Если существует возможность уступки по первому критерию (уступки -) для решения  с целью получения нового решения  с увеличением для него на  значения критерия , тогда решение  эквивалентно решению  с точки зрения общей полезности (полезность решения  равна полезности решения , решение  эквивалентно решению , ~). Данный факт может быть обозначен следующим образом: ~, либо если , то ~. Аналогичным образом может быть выполнен переход из точки  с координатами  в точку  с координатами , где  и  - уступки и приращение, соответствующие переходу отрешения  к решению . При этом ~ и ~. Тогда могут быть сформированы все возможные замещения для каждого решения  (полученные точки ,  и т.д.) т.е. получено множество точек критериального пространства , которые эквивалентны решению  с точки зрения общей полезности (полезности по двум критериям). Точки такого (одного) множества образуют одну кривую, называемую кривой безразличия. Точки, лежащие на разных кривых безразличия, имею разную полезность (обладают разной полезностью).

Совокупность линий кривых безразличия согласованно с предпочтениями ЛПР. Согласованность кривых безразличия с предпочтениями ЛПР предполагает выполнение следующих условий:

Если значения полезности равны, то решения эквивалентны;

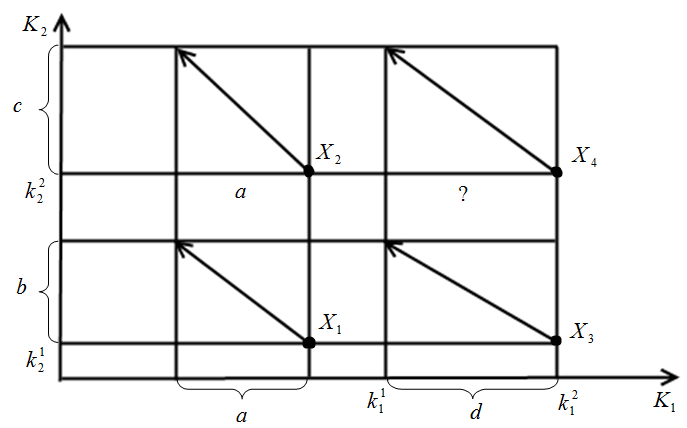
Если значения одной полезности больше другой, то первое решение предпочтительнее второго.

Особенности определения коэффициента замещения.

Так как кривые безразличия являются нелинейными, то значения коэффициентов замещения в разных точках этой кривой будут различны. Из данного заключения какой вывод может быть сделан?(на экзамен)

Условие существования аддитивной функции полезности.

Условие существования называется условием соответствующих замещений.



.

;

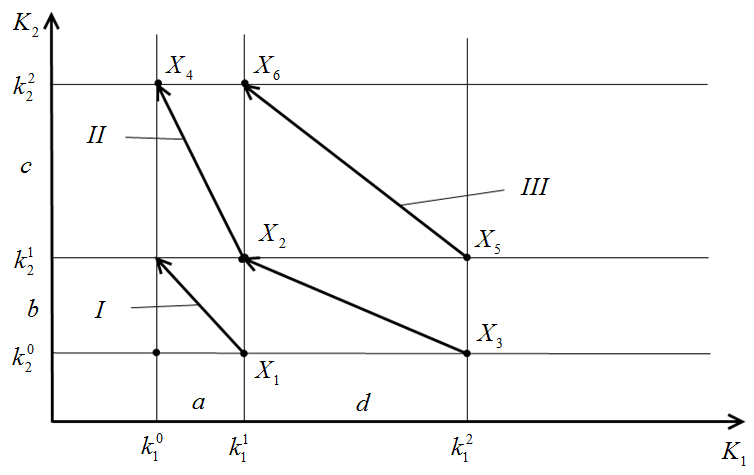
.



Переход из Х4 в Х4’ возможен только если эти точки лежат на одной кривой безразличия. Тогда какую уступку необходимо выполнить в точке Х4 для того чтобы получить приращение в с по критерию k2 (d). Тогда условие соответственных замещений предполагает, что при уступках в a и d для получения b, уступке a для приращения c, то необходимо сделать уступку в d для приращения в c единиц. На основе условия соответственных замещений реализован алгоритм формирования кривых безразличия, в котором данный принцип автоматически учтен.

Исходные данные для построения кривых безразличия:

Множество K1 возможных значений критерия, аналогично множество K2. То есть задано критериальное пространство K1 x K2.



Алгоритм формирования значений  и  имеет следующие шаги:

1) пусть  и  - наименьшие значения оценок соответствующих критериев  и ; для координат ,  (решения с координатами ) предполагается, что ;

2) для значения  параметра  задается, что ; это будет первая кривая безразличия, которая характеризуется значением ; при этом ; т.е.  (при )

3) определим такое значение второго критерия , что ~ (т.е. решение с координатами  лежит на одной кривой безразличия с решением ), тогда ; т.к. коэффициенты , известны, то они соответствуют решению , которое не находится (не лежит) на кривой безразличия   (т.е.  не принадлежит кривой безразличия   и );

4) т.к. решение  является известным, тогда определяются решения  и , которые лежат на одной кривой безразличия с ; таким образом для решений ,, выполняется условие ~~ (или ~~); при этом значение  и ,  задается следующим образом: ;

;;

5) реализация предшествующих шагов процедуры позволяет определить, что в соответствии с условием соответственных замещений , тогда решения  и  являются одинаковыми (эквивалентными) по предпочтительности (т.е. ~) и принадлежит одной кривой безразличия;

6) т.к. значения критериев  и  для решений  и  определены, должны быть идентифицировать значения  и  такие, что для них выполняется условие:

~~~,

т.е. выбираются такие значения , для которых и формулируется приведенное условие; для решений с координатами ,,, задается значение функции полезности ; откуда значения одномерных функций полезности определяются следующим образом ;; итоги реализации данного шага является определение координат ,, тех решений, которые лежат на следующей кривой безразличия ; при этом для решений с рассматриваемыми значениями критериев  и  выполняется условие эквивалентности (вытекающее из условия соответственных замещений) ~~;

7) продолжая действия подобным образом, должны быть получены значения  и  , которые входят в пары , ; эти значения (при условии присвоения соответствующих решениям значений ) используются при определении значений одномерных функций полезности ,  .

Решение принимается с использованием произвольных значений критериев, не соответствующих значениям из множества K1 и K2. Тогда необходимо полученные значения оценок должны быть аппроксимированы. В итоге будет сформирован аналитический вид ФП U1 и U2. Данные функции могут быть использованы для получения значений полезности при произвольных значениях критериев. После того, как U1 и U2 получены, выполняется агрегирование одномерных полезностей для получнения многомерной оценки.

**Мат модель задачи принятия решений при многих критериях.**

К - множество критериев

К=(К1,К2,…,Кm) – векторный критерий

X - множество решений.

Тогда каждое решение, принадлежащее Х характеризуется векторным критерием.

Заданными являются отношения > - предпочтения, >= - не хуже, = - эквивалентно.

Каждому критерию Kj поставлено в соответствие множество всех возможных значений, так же обозначенных через Kj={kj1,kj2,…,kjn}.

Обозначим через Kx - декартово произведение всех критериев.

Каждое решение характеризуется векторной оценкой, то среди всех решений может быть выбрано лучшее.

Выделение эффективных решений вычисляется путем проверки условия > векторных оценок.

Если решение выполняется условие, если для всех решений принадлежащих Х решение xj не предпочтительнее x\*.

Условие несравнимости решений имеет вид если по всем критерием одно решение предпочтительнее другого а по хотя бы одному не предпочтительнее.

Х\* - множество недоминируемых решений, то есть множество несравнимых решений, в рассматриваемой интерпретации.

В том случае если мощность множества >1 тогда в этом множестве не может быть выбрано единственное эффективное решение, но должен быть обоснован способ выбора эффективного решения. Один из способов нахождения эффективного решения – это привлечение дополнительной информации о предпочтениях. В качестве доп. информации о предпочтениях может быть использована важность критериев.

Различают информацию о количественной, качественной и относительной важности критериев.

**Качественная важность**

Качественными оценками важности является критерий i важнее критерия j, критерий i эквивалентен критерия j.

Формализация важности и эквивалентности критериев предполагает задание отношений предпочтения и эквивалентности для них. Обозначим через  некоторую векторную оценку для решения . Вид векторной оценки: . Через  обозначим векторную оценку решения , полученную из оценки  путем перестановки в ней i-ой и j-ой компонент (т.е.  и ).

Пример формирования векторных оценок . Исходная векторная оценка: , , .

Пример перестановки в векторе оценок критериев для равно важных критериев  и . Исходная векторная оценка имеет вид . Критерии  и  являются равно важными (т.е.  и ).

Пример использования качественной информации о важности критериев  при решении двухкритериальной задачи. Вид информации , даны две векторные оценки , .

Т.к. векторные оценки не сравнимы между собой (т.е.  и  и , ) тогда при отсутствии предпочтений ЛПР с точки зрения важности критериев эффективное решение не может быть определено.

При учете информации  о важности критериев в векторной оценке  выполнена перестановка скалярных оценок (в позициях 1 и 2, соответствующих информации ). В результате получена модифицированная векторная оценка . Т.к. для критериев  и  выполняется , тогда для оценок  и  выполняется  (т.к. значение по первому критерию является более важным, чем значении по второму), т.е. . Полученная оценка  может быть соотнесена с оценкой , при этом  или . В итоге получены две пары отношений: для ,  и ,  в виде:  и  (либо  и ), которые в сокращенной форме могут быть записаны в виде последовательности отношений: .

Т.к. через  обозначено отношение предпочтения, полученное с использованием дополнительной информации  о важности критериев, тогда , .

Пример использования дополнительной информации  о равной важности критериев  и  при выборе эффективного решения.

Вид информации ~, вид векторных оценок , . Тогда , , , , ~ (где ~ – отношение безразличия (не сравнимости) двух векторных оценок и, соответственно, решений). Использование информации  о равной важности критериев для ЛПР позволяет на основе оценки  сформировать оценку  в виде: . При этом ~12, так как при этом , то следовательно  и .

.

Вариант (решение) , такой, для которого не существует решений  таких, что  называется не доминируемым (по отношению ), т.е. . Таким образом, решение  является не доминируемым по отношению , т.е. с учетом дополнительной информации о важности критериев. Тогда может быть сформировано множество  не доминируемых решений: . Только среди этих решений может быть выбрано эффективное.

В соответствии с понятием перестановок для оценок в рассмотрение введены отношения предпочтения и эквивалентности, связывающие исходную и модифицированную векторные оценки.

После получение модифицированной векторной оценки должно быть проверено доминирование всех других немодифицированных векторных оценок.

Условия исключения из множества несравнимых решений являются:

Если решение доминирует или эквивалентно модифицированному решению, и найдется такое решение, которое доминируется модифицированным, то 2 решение не входит в множество несравнимых решений.

**Количественная важность**

При использовании количественной теории важности критериев для принятии решений используются следующие формы задания их (критериев) важности:

1) cтепень превосходства в важности одних критериев над другими (критерий  в  раз важнее критерия ), степень превышения важности критерия  относительно критерия  обозначается через , где , понятно, что при  критерий  в  раз важнее критерия , при  (для ) критерий  в  раз важнее критерия , при  критерии  и  равно важны (эквивалентны по важности, т.е. ~);

2) задание абсолютного значения важности критериев, количественно измеряемой по общей шкале важности, в этом случае важность критерия  имеет величину , .

Первый способ задания важности критериев связан со вторым способом с помощью следующей формулы: , где  - степень превосходства важности  критерия  над важностью  критерия .

Утверждение о степени превосходства важности критерия  над важностью критерия  в  раз обозначается следующим образом: . Для обозначения количественной информации о степенях превосходства важностей критериев  введен в рассмотрение символ  (т.е. – информация о важности критериев, характеризующая предпочтения ЛПР). Для использования количественной информации о важности критериев выполняется расширение исходной модели «качественной» важности критериев до так называемой -кратной модели (-модели). Способ построения -модели может быть рассмотрен на основе примера, введенного в рассмотрение выше (определение студентов, наиболее предпочтительных с точки зрения успеваемости).

Для упомянутого примера качественная информация о важности критериев  имеет вид: ~. Допустим, что на основе качественной информации  получена количественная информация  в следующем виде:

~.

Первый шаг формирования N-модели с учетом количественной информации с учетом количественной информации

Формирование расширенных векторных оценок

Проверка условия доминирования векторных оценок. В случае выполнения условия доминируемое решение исключается из x\*. Множество несравнимых решений, полученное с использованием количественной информации о критериях.

Способ задания количественной информации о важности критериев относительно коэффициентов матрицы.

Формирование N-модели

Определяет число повторений скалярной оценки из исходной векторной оценки, в формируемой модифицированной векторной оценке. На основе исходной оценки формируется модифицированная оценка с использованием N-модели, которую формируем с использованием количественной информации.

Алгоритм формирования расширенной (модифицированной) векторной оценки, полученной на основе N-модели.

Выводы сформулировать самостоятельно вплоть до условия доминирования модифицированных векторных оценок.

Формализация понятия иерархии

Через > обозначим иерархическое упорядочивание для элементов системы.

1)  – упорядоченное множество (частично упорядоченное множество) с наибольшим элементом  (т.е. упорядоченное множество  ограничено сверху элементом ), являющимся целью принятия решения;

2) выполнено разбиение множества элементов  на подмножества эквивалентных элементов , , при этом , таким образом,  - подмножество элементов, соответствующих *k-*му уровню иерархии, первый уровень состоит из одного элемента  - целт ();

3) если , то , где  – это элементы *(k+1)-го*  уровня (множества ), покрываемые элементом ;

4) если , то , где  – это элементы *(k-1)-го*  уровня (множества ), которые покрывают элемент .

Понятия степени влияния(функция приоритета)

Если  покрывает , то может быть определена функция влияния , такая, что , т.е. отображающая элементы  множества  на интервал . Таким образом, каждому элементу  ставится в соответствие весовая функция , при этом выполняется условие:. Т.е.  – вес (степень влияния нижестоящего элемента на вешестоящий), который ставится в соответствие элементу .

Способ определения функции приоритета.